

Corrigé – Polynésie 2023 J2 (accessible) – Exercice 4

Thème : QCM – Fonctions, équations différentielles, probabilités.

Question 1

$f(x) = (x + 1)e^x$. Primitive : on dérive les propositions.

$F(x) = xe^x : F'(x) = e^x + xe^x = (x + 1)e^x = f(x)$.

Réponse b : $F(x) = xe^x$

Question 2

$g(x) = \ln(x^2 + 1) - x$.

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} - 1 = \frac{2x - (x^2 + 1)}{x^2 + 1} = -\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1} = -\frac{(x - 1)^2}{x^2 + 1} \leq 0$$

Donc g est décroissante sur \mathbb{R} .

Réponse c

Question 3

(E) : $y' + 3y = 0$. Solutions : $y(x) = Ce^{-3x}$.

$f(0) = 2 \iff C = 2$. $f(x) = 2e^{-3x}$.

$f'(x) = -6e^{-3x}$, $f'(0) = -6$.

Réponse a : $f'(0) = -6$

Question 4

$X \sim \mathcal{B}(20; 0,3)$.

$E(X) = np = 20 \times 0,3 = 6$.

$P(X = 6) = \binom{20}{6}(0,3)^6(0,7)^{14}$.

La calculatrice donne $P(X = 6) \approx 0,192$.

Le mode de la loi $\mathcal{B}(20; 0,3)$ est la valeur de k maximisant $P(X = k)$.

$k = \lfloor (n + 1)p \rfloor = \lfloor 21 \times 0,3 \rfloor = \lfloor 6,3 \rfloor = 6$.

Réponse d : l'espérance est 6 et $P(X = 6)$ est la plus grande probabilité