SECONDE - MATHÉMATIQUES

Chapitre 10

Fonctions de référence

Programme officiel — Seconde générale et technologique Source officielle (education.gouv.fr — BO du 2 avril 2026)

Capacités et contenus exigibles — Programme officiel (BO)

- Connaître et utiliser les fonctions valeur absolue $x \mapsto |x|$, carré $x \mapsto x^2$, inverse $x \mapsto \frac{1}{x}$, racine carrée $x \mapsto \sqrt{x}$ et cube $x \mapsto x^3$: définitions et courbes représentatives.
- Connaître leurs domaines de définition et leurs tableaux de variations.
- Étudier le signe et les variations des fonctions valeur absolue et carré.
- Comparer des images en utilisant les variations.
- Résoudre graphiquement ou algébriquement des équations et inéquations du type $f(x) = k$ ou $f(x) < k$.

1. Introduction

Ces quatre fonctions sont les briques de base à partir desquelles on construit la plupart des fonctions du lycée. En connaître les propriétés permet de résoudre rapidement des équations, de comparer des valeurs et de lire les variations sans calcul.

2. Cours

A — Fonction carré

Définition — Fonction carré

Définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Décroissante sur $]-\infty;0]$, croissante sur $[0;+\infty[$. Minimum 0 en $x = 0$.

Point de vigilance :

Sur $]-\infty;0]$, l'ordre est *inversé* par le carré : $-5 < -2$ mais $(-5)^2 > (-2)^2$.

B — Fonction inverse

Définition — Fonction inverse

Définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = \frac{1}{x}$. Décroissante sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ (deux branches distinctes).

Point de vigilance :

La fonction inverse n'est pas définie en 0. Elle est décroissante sur *chacun* des deux intervalles séparément, pas sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ en entier.

C — Fonction racine carrée

Définition — Fonction racine carrée

Définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x}$. Croissante sur $[0;+\infty[$.

Exemple — Comparer avec la racine carrée

Comme $9<16$ et que $x\mapsto\sqrt{x}$ est croissante : $\sqrt{9}<\sqrt{16}$, donc $3<4$.

D — Fonction cube

Définition — Fonction cube

Définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3$. Croissante sur $\mathbb{R}$.

E — Fonction valeur absolue

Définition — Fonction valeur absolue

Définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=|x|$, avec $|x|=x$ si $x\geq 0$ et $|x|=-x$ si $x<0$. Décroissante sur $]-\infty;0]$, croissante sur $[0;+\infty[$, minimum 0 en $x=0$. Sa courbe est en forme de « V » symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exemple — Résoudre $|x|=3$

On obtient $x=3$ ou $x=-3$: ce sont les nombres à distance 3 de 0.

F — Utiliser les variations pour comparer

Méthode — Comparer deux images

1. Repérer l'intervalle où se trouvent les deux valeurs. 2. Utiliser le sens de variation de f sur cet intervalle. 3. Conclure sur l'ordre des images.

3. Exercices progressifs

Exercice 1 — Fonction carré

1. Calculer $f(-3)$, $f(0)$ et $f(4)$ avec $f(x)=x^2$.
2. Résoudre $x^2=9$.
3. Comparer $(-4)^2$ et $(-2)^2$.

Exercice 2 — Fonctions de référence

Calculer : $(-3)^2$, 5^2, $\frac{1}{-2}$, $\sqrt{49}$, $(-2)^3$.

Exercice 3 — Comparaisons

Comparer en justifiant : 2^2 et 5^2 ; $(-6)^2$ et $(-1)^2$; $\sqrt{3}$ et $\sqrt{7}$.

4. Fiche de synthèse

À retenir — Valeur absolue
$x \mapsto |x|$ — courbe en « V », décroissante sur $]-\infty;0]$, croissante sur $[0;+\infty[$.
À retenir — Carré
$x \mapsto x^2$ — décroissante sur $]-\infty;0]$, croissante sur $[0;+\infty[$.
À retenir — Inverse
$x \mapsto \frac{1}{x}$ — définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, décroissante sur chaque branche.
À retenir — Racine carrée
$x \mapsto \sqrt{x}$ — définie et croissante sur $[0;+\infty[$.
À retenir — Cube
$x \mapsto x^3$ — croissante sur $\mathbb{R}$.