SECONDE - MATHÉMATIQUES

Chapitre 7

Fonctions affines, équations et signe

Programme officiel — Seconde générale et technologique Source officielle (education.gouv.fr — BO du 2 avril 2026)

Capacités et contenus exigibles — Programme officiel (BO)

- Reconnaître et utiliser une fonction affine $f(x) = ax + b$; fonction linéaire ($b = 0$).
- Interpréter géométriquement le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.
- Résoudre une équation du premier degré.
- Étudier le signe d'une expression affine et résoudre une inéquation du premier degré.
- Dresser le tableau de signes d'un produit ou d'un quotient de facteurs affines ; résoudre une inéquation produit ou quotient.
- Déterminer l'expression d'une fonction affine à partir de deux points.
- Modéliser un problème par une équation ou une inéquation du premier degré et le résoudre.

1. Introduction

Les fonctions affines sont les fonctions les plus simples après les constantes. Leur représentation graphique est une droite. Elles servent à modéliser de nombreuses situations linéaires : tarifs, conversions, évolutions constantes. Maîtriser les équations du premier degré est un pré-requis pour toute la suite du lycée.

2. Cours

A — Fonctions affines

Définition — Fonction affine

Une fonction affine s'écrit $f(x) = ax + b$ où a est le **coefficient directeur** et b l'**ordonnée à l'origine**. Si $b = 0$, la fonction est **linéaire**.

Propriété — Variations d'une fonction affine

Si $a > 0$: f est croissante sur $\mathbb{R}$. Si $a < 0$: f est décroissante. Si $a = 0$: f est constante.

Méthode — Tracer une fonction affine

Calculer deux images, placer les deux points correspondants, tracer la droite passant par ces points.

Propriété — Coefficient directeur avec deux points

Si $f(x_1) = y_1$ et $f(x_2) = y_2$ avec $x_1 \neq x_2$: $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

B — Équations et signe

Méthode — Résoudre $ax + b = 0$

On isole x : $ax = -b$ puis $x = -\frac{b}{a}$ (avec $a \neq 0$).

Propriété — Signe de $ax+b$

$ax+b$ s'annule en $x_0 = -\frac{b}{a}$. Si $a>0$: négatif avant x_0, positif après. Si $a<0$: positif avant x_0, négatif après.

Tableau de signes de $2x-6$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$2x-6$		$-$	0	$+$	

Exemple — Signe de $2x-6$

Racine : $x_0 = 3$. Comme $a = 2 > 0$: $2x-6<0$ sur $]-\infty;3[$ et $2x-6>0$ sur $]3;+\infty[$.

C — Tableau de signes d'un produit ou d'un quotient

Méthode — Dresser un tableau de signes

1. Déterminer la valeur qui annule chaque facteur affine. 2. Étudier le signe de chaque facteur (selon le signe de son coefficient directeur). 3. Appliquer la règle des signes, ligne par ligne, pour obtenir le signe du produit ou du quotient.

Exemple — Signe de $(2x-6)(x+1)$

Les facteurs s'annulent en $x=3$ et $x=-1$. Le produit est positif sur $]-\infty;-1[$, négatif sur $]-1;3[$, positif sur $]3;+\infty[$. Donc $(2x-6)(x+1)>0$ sur $]-\infty;-1[\cup]3;+\infty[$.

Tableau de signes du produit $(2x-6)(x+1)$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$2x-6$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2x-6)(x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Point de vigilance :

Pour un quotient, on procède de même mais on **exclut** les valeurs qui annulent le dénominateur (double barre dans le tableau).

Exemple — Signe de $\frac{x-2}{x+1}$

Le numérateur s'annule en 2. Le dénominateur s'annule en -1, qui est une valeur interdite. Le quotient est positif sur $]-\infty;-1[$, négatif sur $]-1;2[$, nul en 2, puis positif sur $]2;+\infty[$.

Tableau de signes du quotient $\frac{x-2}{x+1}$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x-2}{x+1}$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Exemple d'inéquation : $\frac{x-2}{x+1} \leq 0$ a pour solution $S =]-1;2]$. La valeur -1 est toujours exclue.

3. Exercices progressifs

Exercice 1 — Fonction affine

On considère $f(x) = -2x + 6$.
1. Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(5)$.
2. La fonction est-elle croissante ou décroissante ?
3. Résoudre $f(x) = 0$.
4. Étudier le signe de $f(x)$.

Exercice 2 — Déterminer une fonction affine

Trouver $f(x) = ax + b$ telle que $f(1) = 4$ et $f(3) = 10$.

Exercice 3 — Inéquation

Résoudre $3x - 9 \leq 0$ puis $-2x + 4 > 0$.

4. Fiche de synthèse

À retenir — Fonction affine
$f(x) = ax + b$. Courbe : droite. Croissante si $a > 0$, décroissante si $a < 0$.
À retenir — Équation du premier degré
$ax + b = 0 \Rightarrow x = -b/a$.
À retenir — Signe
$ax + b$ s'annule en $x_0 = -b/a$. Le signe suit le signe de a après x_0.
À retenir — Tableau de signes
Pour un produit ou un quotient de facteurs affines : étudier le signe de chaque facteur, puis appliquer la règle des signes ; exclure les valeurs qui annulent un dénominateur.