SECONDE - MATHÉMATIQUES

Chapitre 5

Vecteurs 2 — Coordonnées et calcul vectoriel

Programme officiel — Seconde générale et technologique Source officielle (education.gouv.fr — BO du 2 avril 2026)

Capacités et contenus exigibles — Programme officiel (BO)

- Coordonnées d'un point dans un repère ; coordonnées d'un vecteur.
- Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Calculer la distance entre deux points dans un repère orthonormé.
- Additionner des vecteurs et multiplier un vecteur par un réel par le calcul.
- Déterminer si deux vecteurs sont colinéaires à l'aide du déterminant.
- Utiliser les vecteurs pour démontrer des propriétés géométriques (parallélogramme, alignement).

1. Introduction

Ce chapitre introduit les coordonnées et le calcul vectoriel dans un repère. Ces outils permettent de traiter algébriquement des problèmes de géométrie : démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, qu'un triangle est rectangle, ou que trois points sont alignés.

2. Cours

A — Coordonnées d'un vecteur

Définition — Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$

Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$. Alors : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Point de vigilance :

Pour $\overrightarrow{AB}$: coordonnées de B moins coordonnées de A (et non l'inverse).

B — Milieu et distance

Propriété — Coordonnées du milieu

Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées : $I\left(\frac{x_A+x_B}{2} ; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$.

Propriété — Distance dans un repère orthonormé

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Point de vigilance :

La formule de distance ne s'applique que dans un repère **orthonormé**.

C — Opérations sur les vecteurs

Propriété — Somme et produit

Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$, alors $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$ et $k\vec{u}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$.

D — Colinéarité

Propriété — Déterminant et colinéarité

Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $xy'-yx'=0$.

Méthode — Démontrer que A, B, C sont alignés

Calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis vérifier que leur déterminant est nul.

3. Exercices progressifs

Exercice 1 — Coordonnées de vecteurs

Soient $A(1;3)$, $B(5;7)$, $C(-2;4)$ et $D(3;-1)$. Calculer $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Exercice 2 — Parallélogramme

Soient $A(1;2)$, $B(5;3)$, $C(7;6)$ et $D(3;5)$. Calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ puis conclure sur la nature de $ABCD$.

Exercice 3 — Triangle rectangle

Dans un repère orthonormé, soient $A(0;0)$, $B(6;0)$ et $C(0;8)$. Calculer AB, AC et BC, puis démontrer que le triangle est rectangle.

4. Fiche de synthèse

À retenir — Coordonnées du vecteur
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$.
À retenir — Milieu
$I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$.
À retenir — Distance
$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.
À retenir — Colinéarité
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\Leftrightarrow xy'-yx'=0$.