SECONDE - MATHÉMATIQUES

Chapitre 1

Nombres réels, calcul numérique et littéral, automatismes

Programme officiel — Seconde générale et technologique Source officielle (education.gouv.fr — BO du 2 avril 2026)

Capacités et contenus exigibles — Programme officiel (BO)

- Utiliser les notions de multiple, diviseur, nombre pair et nombre impair ; présenter une fraction sous forme irréductible.
- Connaître les ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ et leurs inclusions.
- Utiliser les notations d'intervalles ; encadrer un réel à une précision donnée.
- Calculer avec des fractions : addition, soustraction, multiplication, division.
- Utiliser les règles de calcul sur les puissances à exposant entier.
- Simplifier des racines carrées.
- Développer, réduire, factoriser des expressions littérales ; choisir une forme adaptée pour résoudre un problème.
- Comprendre la valeur absolue comme distance et résoudre des inéquations du type $|x-a| \leq r$.
- Comparer deux nombres par leur différence, ou par leur quotient s'ils sont strictement positifs.
- Ajouter des inégalités membre à membre ; multiplier une inégalité par un réel positif ou négatif (en changeant le sens dans ce dernier cas).
- Résoudre des équations et inéquations simples : premier degré, $x^2 = a$, produit nul, quotient.

Démonstrations et méthodes — Programme officiel (BO)

- Montrer que la somme de deux multiples d'un entier a est encore un multiple de a.
- Montrer que le carré d'un nombre impair est impair.
- Démontrer, pour $a, b \geq 0$, que $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.

Algorithmique — Programme officiel (BO)

- Tester si un entier est multiple d'un autre.
- Déterminer par balayage un encadrement décimal de $\sqrt{2}$.
- Chercher la première puissance d'un nombre positif dépassant un seuil.

1. Introduction

Ce chapitre consolide les outils de calcul indispensables pour toute l'année de Seconde. Les ensembles de nombres, les opérations sur les fractions et les racines carrées, le calcul littéral et les identités remarquables sont des automatismes que vous devez maîtriser pour aborder sereinement les chapitres suivants.

Point de vigilance :

La maîtrise du calcul littéral est indispensable : toute erreur de signe ou de distribution se répercute dans tous les chapitres. Prenez le temps de vérifier chaque étape.

2. Cours

A — Arithmétique

Définition — Multiple et diviseur

Pour deux entiers a et b avec $b \neq 0$, on dit que a est un multiple de b s'il existe un entier k tel que $a = kb$. On dit alors que b divise a.

Propriété — Pair et impair

Un entier pair s'écrit $2k$. Un entier impair s'écrit $2k+1$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

Méthode — Rendre une fraction irréductible

On divise le numérateur et le dénominateur par leur plus grand diviseur commun. Exemple : $\frac{84}{126} = \frac{2}{3}$.

B — Ensembles de nombres

Définition — Ensembles de nombres

On a les inclusions : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Un nombre **irrationnel** est un réel non rationnel : $\sqrt{2}$, π, $\sqrt{3}$ sont irrationnels.

Définition — Intervalle

Un intervalle est une partie de $\mathbb{R}$ définie par des bornes : $[a;b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$. Les crochets [ ] indiquent des bornes incluses, les parenthèses ou crochets inversés] [des bornes exclues.

Propriété — Valeur absolue

La valeur absolue $|x|$ est la distance de x à 0. Pour tous réels a, b : la distance entre a et b est $|a-b|$.

C — Fractions

Définition — Fraction et conditions d'existence

Une fraction $\frac{a}{b}$ représente le quotient de a par b, avec $b \neq 0$. Le nombre a est le **numérateur** et b le **dénominateur**. Deux fractions sont égales lorsqu'on multiplie ou divise leur numérateur et leur dénominateur par un même nombre non nul.

Propriété — Additionner ou soustraire

On ne peut additionner ou soustraire directement que des fractions ayant le **même dénominateur** : $\frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{a \pm b}{m}$, avec $m \neq 0$. Dans le cas général, $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$, avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

Méthode — Addition ou soustraction : quatre étapes

1. Chercher un dénominateur commun, de préférence le PPCM des deux dénominateurs.
2. Transformer chaque fraction en une fraction équivalente.
3. Additionner ou soustraire les numérateurs en conservant le dénominateur commun.
4. Simplifier le résultat si possible.

Exemple d'addition : $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$.
Exemple de soustraction : $\frac{7}{10} - \frac{1}{4} = \frac{14}{20} - \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$.

Propriété — Multiplier

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$. Il n'est pas nécessaire de chercher un dénominateur commun.

Méthode — Multiplication : simplifier avant de calculer

Avant d'effectuer les produits, on peut décomposer les nombres en facteurs puis simplifier un facteur du numérateur avec un facteur du dénominateur. Cela évite de manipuler de grands nombres.
Exemple : $\frac{14}{15} \times \frac{25}{21} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9}$, car $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$ et $\frac{25}{15} = \frac{5}{3}$.

Propriété — Diviser

Diviser par une fraction non nulle revient à multiplier par son inverse : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$, avec $b \neq 0$, $d \neq 0$ et $c \neq 0$.

Méthode — Division : inverser seulement le diviseur

1. Vérifier que la deuxième fraction n'est pas nulle.
2. Conserver la première fraction.
3. Remplacer la division par une multiplication et inverser uniquement la deuxième fraction.
4. Simplifier, puis multiplier.

Exemple : $\frac{5}{8} \div \frac{15}{16} = \frac{5}{8} \times \frac{16}{15} = \frac{1}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

Méthode — Simplifier une fraction

On divise le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. Exemple : $\frac{42}{56} = \frac{42 \div 14}{56 \div 14} = \frac{3}{4}$.
On ne peut simplifier que des **facteurs**. Par exemple, dans $\frac{3 \times 5}{3 \times 7}$, on peut simplifier par 3 ; dans $\frac{3+5}{3}$, on ne peut pas « supprimer » les 3.

Propriété — Signe d'une fraction

On a $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$. Pour éviter les erreurs, on place généralement le signe moins devant la fraction.

Point de vigilance :

Le dénominateur d'une fraction doit toujours être non nul. Pour une division, la fraction placée après le signe $\div$ doit aussi être non nulle. Enfin, on n'additionne jamais les dénominateurs : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \neq \frac{a+c}{b+d}$ en général.

Atelier guidé — Opérations avec les fractions pas à pas

Entraîne-toi étape par étape : simplifier, additionner et soustraire, multiplier, diviser, respecter les priorités, et un défi sur les fractions étagées. Chaque exercice se termine par une rédaction à compléter, avec des exercices aléatoires illimités.
Commencer l'atelier →

D — Puissances

Propriété — Règles de calcul

Pour $a \neq 0$ et m, n entiers : $a^m \times a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$, $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Point de vigilance :

$(-3)^2 = 9$ mais $-3^2 = -9$. Les parenthèses sont essentielles.

Atelier guidé — Puissances pas à pas

Entraîne-toi étape par étape : définition et exposants négatifs, produit et quotient de même base, puissance de puissance, calculs combinés, puissances de 10 et écriture scientifique, et un défi avec des bases différentes. Chaque exercice se termine par une rédaction à compléter, avec des exercices aléatoires illimités.
Commencer l'atelier →

E — Racines carrées

Définition — Racine carrée

Pour $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ est le réel positif dont le carré vaut a.

Propriété — Calcul

Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$. Pour $b > 0$: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Méthode — Simplifier $\sqrt{72}$

On cherche un carré parfait : $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$.

Point de vigilance :

En général $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Atelier guidé — Racines carrées pas à pas

Entraîne-toi étape par étape : définition, produits et quotients, forme $a\sqrt{b}$, sommes, identités remarquables, et un défi pour enlever la racine du dénominateur. Chaque exercice se termine par une rédaction à compléter, avec des exercices aléatoires illimités.
Commencer l'atelier →

F — Calcul littéral, équations et inéquations

Propriété — Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ — $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ — $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

Méthode — Factoriser

1. Chercher un facteur commun. 2. Reconnaître une identité remarquable. Exemple : $x^2 - 16 = (x-4)(x+4)$.

Propriété — Produit nul et quotient

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. Pour une équation quotient $\frac{A(x)}{B(x)} = k$, il faut d'abord exclure les valeurs qui annulent $B(x)$.

Propriété — Valeur absolue et intervalle

$|x-a| \leq r$ signifie que la distance entre x et a est au plus r. L'ensemble des solutions est $[a-r; a+r]$.

3. Python — Algorithmes (boucle while)

Point de vigilance :

La **boucle non bornée** `while` répète des instructions tant qu'une condition reste vraie : on ne connaît pas à l'avance le nombre de répétitions.

Méthode — Encadrer $\sqrt{2}$ par balayage

```
# Boucle non bornee : on avance par pas de 0.001
x = 1
pas = 0.001
while x * x <= 2:
    x = x + pas

# x est la premiere valeur dont le carre depasse 2
print(round(x - pas, 3), "< racine de 2 <", round(x, 3))
```

Méthode — Première puissance de 2 dépassant un seuil

```
# Boucle non bornee : on multiplie tant que p reste sous le seuil
seuil = 1000
p = 1
n = 0
while p <= seuil:
    p = p * 2
    n = n + 1

print("2 puissance", n, "vaut", p, "et depasse", seuil)
```

4. Exercices progressifs

Exercice 1 — Ensembles de nombres

Indiquer le plus petit ensemble usuel auquel appartient chaque nombre : 12, -5, $3{,}75$, $\frac{4}{7}$, $\sqrt{5}$, π, $-0{,}2$.

Exercice 2 — Arithmétique

1. Déterminer si 312 est multiple de 12. 2. Écrire 84/126 sous forme irréductible. 3. Montrer que le carré de $2n+1$ est impair.

Exercice 3 — Fractions

Calculer et simplifier : $A = \frac{3}{5} + \frac{7}{10}$, $B = \frac{4}{3} - \frac{5}{6}$, $C = \frac{8}{15} \times \frac{5}{2}$, $D = \frac{7}{9} \div \frac{14}{3}$.

Exercice 4 — Racines carrées

Simplifier : $\sqrt{50}$, $\sqrt{75}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{200}$.

Exercice 5 — Calcul littéral

Développer et réduire : $A = 5(x-4)$, $B = -3(2x+7)$, $C = (x+2)(x+9)$.
Factoriser : $D = 4x + 20$, $E = x^2 - 81$, $F = x^2 + 12x + 36$.

Exercice 6 — Équations et intervalles

Résoudre : $x^2 = 25$, $(x-3)(2x+1) = 0$, $|x-4| \leq 2$.

5. Fiche de synthèse

À retenir — Ensembles
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
À retenir — Arithmétique
Multiple : $a = kb$. Pair : $2k$. Impair : $2k+1$.
À retenir — Fractions
Additionner ou soustraire : choisir un dénominateur commun, calculer les numérateurs, puis simplifier. Multiplier : produit des numérateurs sur produit des dénominateurs, en simplifiant si possible avant le calcul. Diviser : multiplier par l'inverse de la deuxième fraction.
À retenir — Puissances
$a^m \times a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$.
À retenir — Identités remarquables
$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ et $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.
À retenir — Valeur absolue
$|x-a| \leq r$ décrit l'intervalle $[a-r; a+r]$.
Préparer l'évaluation — Fractions, racines carrées, calcul littéral
Une feuille de 10 exercices à imprimer (opérations avec les fractions, racines carrées, développer et factoriser, bilan), avec un QR code par exercice qui renvoie vers sa correction détaillée étape par étape.
Feuille d'exercices → Corrigés détaillés →